

1. 一物體自地面以 20 m/s、30° 的仰角被拋出，假設 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，則：

(1) 軌跡方程式 **$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x - \frac{1}{60}x^2$** ；

(2) 最大高度 **【5】** m；

(3) 飛行時間 **【2】** s；

(4) 水平射程 **【 $20\sqrt{3}$ 】** m；

(5) 落地時之切線加速度 **【5】** m/s^2 ；

(6) 落地時之法線加速度 **【 $5\sqrt{3}$ 】** m/s^2 。

【解析】： $V_x = V_0 \cos 30^\circ = 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$ $V_y = V_0 \sin 30^\circ = 20 \times \frac{1}{2} = 10 \text{ m/s}$

(1) $x = (v_0 \cos 30^\circ)t = 10\sqrt{3}t \Rightarrow t = \frac{x}{10\sqrt{3}}$

$$y = (v_0 \sin 30^\circ)t - \frac{1}{2}gt^2 = 10t - \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 = 10 \times \left(\frac{x}{10\sqrt{3}}\right) - 5 \times \left(\frac{x}{10\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{x}{\sqrt{3}} - \frac{x^2}{60}$$

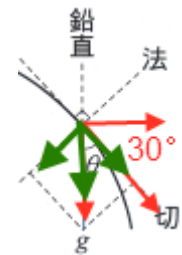
(2) $v^2 = v_y^2 - 2gh \Rightarrow 0 = 10^2 - 2 \times 10 \times H \Rightarrow H = 5 \text{ m}$

(3) 飛行時間 $\Rightarrow -V_y = V_y - gT \Rightarrow -10 = 10 - 10 \times T \Rightarrow T = 2 \text{ 秒}$

(4) $R = V_x \times T = 10\sqrt{3} \times 2 = 20\sqrt{3} \text{ m}$

(5) 拋出瞬間的仰角 30°，落地瞬間的俯角為 30°，
切線加速度 $a_t = g \sin 30^\circ = 10 \times (1/2) = 5 \text{ m/s}^2$

(6) 法線加速度 $a_n = g \cos 30^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ m/s}^2$



2. 一物斜向上拋，水平射程和最大高度相等，設拋射角和地面成 θ 角，則

(A) $\tan \theta = 4$ (B) $\tan \theta = 2$ (C) $\cot \theta = 4$ (D) $\cot \theta = 2$

【答案】：(A)

【解析】： $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$ $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \Rightarrow \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$
 $2 \sin 2\theta = \sin^2 \theta \Rightarrow 4 \cos \theta = \sin \theta \Rightarrow \tan \theta = 4$

3. 某女同學進行跳遠測驗，在加速起跑後，以仰角 37° 從起跳線躍出，跳遠成績為 4.8 公尺，則此女同學從起線躍出時速度為

(A) 6.3 (B) 6.8 (C) 7.1 (D) 7.5 m/s ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

【答案】：(C)

【解析】： $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} \Rightarrow 4.8 = \frac{v_0^2 \sin 2(37^\circ)}{10} \quad 48 = v_0^2 \left(2 \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5}\right)$

$v_0^2 = 50 \Rightarrow v = 5\sqrt{2} = 7.05 \text{ m/s}$

4. 某女同學進行跳遠測驗，在加速起跑後，以仰角 37° 從起跳線躍出，跳遠成績為 4.8 公尺，若此同學再加速助跑，使躍出時的初速度增加 20%，則跳遠成績可增加
 (A) 21% (B) 30% (C) 44% (D) 50%

【答案】：(C)

【解析】：承上題，初速原為 7.05 m/s ，再增加 20%，初速增為 $7.05 \times 1.2 = 8.46 \text{ m/s}$

$$\text{最大水平射程 } R = \frac{8.46^2 \sin(2 \times 37^\circ)}{10} = \frac{8.46^2 \times 2 \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5}}{10} = 6.87 \text{ m}$$

$$\text{原有的水平設成為 } 4.8 \text{ m，因此增加了 } \frac{6.87 - 4.8}{4.8} = 0.431 = 43.1\%$$

5. 不計空氣阻力，某物體在水平面上斜拋，則上升過程中，最後一秒爬升的鉛直高度為若干？
 (A) $0.25g$ (B) $0.5g$ (C) g (D) $1.25g$ (E) 條件不足（重力速度為 g ）

【答案】：(B)

【解析】：上升過程最後 1 秒的位移會等於從最高點開始落下第 1 秒內的位移

$$h = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 = 5 \text{ m}$$

落下的第 1 秒位移 5m，所以同一時間內上升的最後一秒位移 = $5 \text{ m} = 0.5g$ 。

6. 以 v_0 之初速斜向拋出一球，於運動過程中，速度最小值 $\frac{v_0}{2}$ ，則此球可上升的最大高度為

(A) $\frac{v_0^2}{g}$ (B) $\frac{3v_0^2}{g}$ (C) $\frac{v_0^2}{8g}$ (D) $\frac{3v_0^2}{8g}$ (E) $\frac{8v_0^2}{3g}$

【答案】：(D)

【解析】：最高點的速度為最小值，只有水平速度，

$$\text{所以 } V_0 \cos \theta = \frac{V_0}{2} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

$$H = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 60^\circ}{2g} = \frac{v_0^2 \left(\frac{3}{4}\right)}{2g} = \frac{3v_0^2}{8g}$$

7. 將一石子斜向拋射，不計空氣阻力時，在最高點之速率為拋出時速率之一半，則拋射角為
 (A) 30° (B) 37° (C) 45° (D) 53° (E) 60°

【答案】：(E)

【解析】：最高點的速度只有水平速度 $\Rightarrow V_x = \frac{1}{2} V_0 = V_0 \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$

8. 如圖，大砲以 37° 瞄準前方 400 m 的峭壁射擊，已知砲彈初速 100 m/s ，砲彈發射後幾秒鐘擊中峭壁？（ $\cos 37^\circ = 0.8$ ）

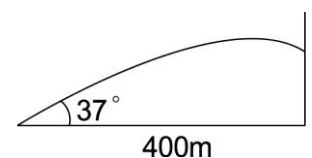
(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20

【答案】：(A)

【解析】：砲彈的水平速度 $V_x = V_0 \cos 37^\circ = 100 \times \frac{4}{5} = 80 \text{ m/s}$

$$\text{鉛直速度 } V_y = V_0 \sin 37^\circ = 100 \times \frac{3}{5} = 60 \text{ m/s}$$

$$x = V_x t \Rightarrow 400 = 80T \Rightarrow T = 5 \text{ 秒}$$



9. 一砲在高 65 公尺之崖邊，向海面射擊，初速為 20 公尺，仰角 37° ，恰可擊中停泊於海面的艦艇，則($g=10 \text{ m/s}^2$)

- (1) 砲彈發射至擊中艦艇需 **【5】** 秒。
 (2) 艦艇與砲的水平距離為 **【80】** 公尺。

【答案】：(C)

【解析】： $v_x = v_0 \cos 37^\circ = 20 \times \frac{4}{5} = 16 \text{ m/s}$ $v_y = v_0 \sin 37^\circ = 20 \times \frac{3}{5} = 12 \text{ m/s}$

落於海面上，鉛直位移 = -65 公尺 $\Rightarrow -65 = 12t - \frac{1}{2} \times 10 \times t^2$

$5t^2 - 12t - 65 = 0$ $(5t + 13)(t - 5) = 0 \Rightarrow t = 5 \text{ 秒}$

水平位移 $R = V_x t = 16 \times 5 = 80 \text{ 公尺}$

10. 以一定之初速，作兩次斜向拋射，其最大高度分別為 H_1 及 H_2 ，若兩次水平射程相等，則此射程為 **【 $4\sqrt{H_1 H_2}$ 】**。

【解析】： $H_1 = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_1}{2g}$ $H_2 = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta_2}{2g}$ ，兩次水平射程相等 $\Rightarrow \theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$

$\Rightarrow \sin \theta_1 = \cos \theta_2$ $v_0^2 \sin^2 \theta_1 = 2gH_1$ $\Rightarrow v_0 \sin \theta_1 = \sqrt{2gH_1}$

$v_0^2 \sin^2 \theta_2 = 2gH_2$ $\Rightarrow v_0 \sin \theta_2 = v_0 \cos \theta_1 = \sqrt{2gH_2}$

水平射程 $R = \frac{v_0^2 \sin 2\theta_1}{g} = \frac{v_0^2 (2 \sin \theta_1 \cos \theta_1)}{g} = \frac{2v_0^2 (\sin \theta_1 \sin \theta_2)}{g}$
 $= \frac{2(v_0 \sin \theta_1)(v_0 \sin \theta_2)}{g} = \frac{2\sqrt{2gH_1} \sqrt{2gH_2}}{g} = 4\sqrt{H_1 H_2}$

11. 一球自地表以 v_0 之初速、 60° 之仰角斜向拋出，若不計空氣阻力，當球的速度與水平成 30° 角之瞬間，球離地面的高度應為

- (A) $\frac{\sqrt{3} v_0^2}{2g}$ (B) $\frac{v_0^2}{2g}$ (C) $\frac{v_0^2}{3g}$ (D) $\frac{\sqrt{3} v_0^2}{g}$ (E) $\frac{v_0^2}{\sqrt{3} g}$

【答案】：(C)

【解析】： 水平初速 $V_{0x} = V_0 \cos 60^\circ = \frac{1}{2} V_0$

當速度的仰角變為 30° 時，速度變為 V_1 ，則 $V_{1x} = V_1 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} V_1$

水平速度維持不變 $\Rightarrow \frac{1}{2} V_0 = \frac{\sqrt{3}}{2} V_1$ $V_0 = \sqrt{3} V_1$ $\Rightarrow V_1 = \frac{1}{\sqrt{3}} V_0$

鉛直初速

$V_{0y} = V_0 \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} V_0$ $V_{1y} = V_1 \sin 30^\circ = \frac{1}{2} V_1$

$v^2 = v_0^2 - 2gh$ $(\frac{1}{\sqrt{3}} v_0)^2 = v_0^2 - 2gh \Rightarrow \frac{1}{3} v_0^2 = v_0^2 - 2gh$ $\frac{2}{3} v_0^2 = 2gh \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{3g}$

12.一物體自地面被斜拋出去，如欲使水平射程 R 為最大高度 H 的 3 倍，則拋射時的仰角該為
(A) 60° (B) 53° (C) 45° (D) 37° (E) 30°

【答案】：(B)

【解析】： $R=3H \Rightarrow \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = 3 \times \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g} \Rightarrow 2 \cos \theta = \frac{3}{2} \sin \theta$

$\Rightarrow \tan \theta = \frac{4}{3} \Rightarrow \theta = 53^\circ$