

重點內容

5-2 重力位能



(一)重力能量(U)：

A、內容：

(1)物體在地表附近，由於與地球間的萬有引力， $F = \frac{GMm}{(R+h)^2}$ ，因

$h \ll R$ ，因此一般忽略地表高度的變化，而將重力加速度視為定值，因此地表附近物體的重力視為定力作用。

(2)將依質量為 m 的小球鉛質上拋，發現小球的速率減少，動能減少，但是小球減少的動能並未完全喪失，而是暫時儲存起來，當小球落下時，其動能又逐漸增加，恢復至原值。由於此種儲存的能量與物體距離地面的高度有關，因此將此種能量稱為重力位能。

(3)若物體的質量 m ，當地的重力加速度 g ，物體距離地面的高度為 h 時，物體所具有的重力位能 $U = mgh$ 。



B、重力位能(U)：

(1)施力將物體等速度由 h_1 上升至 h_2 ，則施力 F 需克服物體的重力，而物體的位移 $\Delta S = h_2 - h_1$ ，因此 $F = mg$ ，施力對物體作功

$$W = W = F \cdot \Delta S = mg \cdot (h_2 - h_1) = mgh_2 - mgh_1 = U_2 - U_1 = \Delta U$$

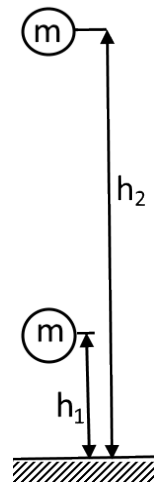
(2)施力 F 對物體作功，使物體獲得了能量，而此能量以重力位能的形式，儲存在『物體+地球』系統內。

(3)若以地面上 $h_1 = 0$ ，定為重力位能為零，則稱此地面為零位面，則物體在距離地面高度 h 處，其重力位能為 $U = mgh$ 。

(4)雖然物體的高度為零時，則物體的重力位能為零，實際上物體的高度為零時，並不代表沒有能量，若高度能再下降，則物體的能量亦能再釋放。因此零位面只是一個相對的高度，重力位能亦為相對的能量。

(5)一般是以地球表面(地面)作為零位面，或是以物體運動的最低點作為零位面。

(6)位於零位面以上的物體，其重力位能為正值，位於零位面以下的物體，其零位面為負值。



(二)重力位能的單位：

物理量	質量	重力加速度	高度	重力位能
代號	m	g	h	U
單位	公斤	公尺/秒 ²	公尺	焦耳
代號	kg	m/s ²	m	J

$$mgh = (\text{kg})(\text{m}/\text{s}^2)(\text{m}) = \text{kg m}^2/\text{s}^2$$

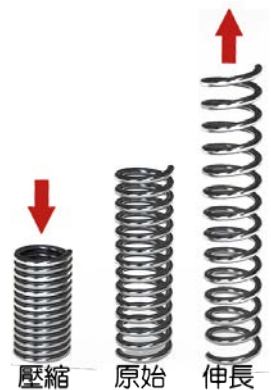
$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m} = (1 \text{ kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2) \cdot \text{m} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$$



(三)彈力位能：

A、意義：

- (1)施力 F 將彈簧伸長或壓縮後，彈簧的長度會發生改變，而將外力除去後，彈簧會恢復原狀，此性質稱為彈性。
- (2)彈性為物體恢復原狀的特性，而使物體恢復原狀的作用力，稱為彈力或施稱為恢復力。
- (3)彈力恆與物體變形的方向相反，亦即將彈簧向外伸長時，恢復力向內，而當彈簧向內壓縮時，恢復力向外。
- (4)當彈簧成平衡靜止狀態時，此時外力等於恢復力。
- (5)將彈簧伸長或壓縮都需要施力，由實驗知，外力和伸長量成正比，因此外力 $F = k \cdot x$

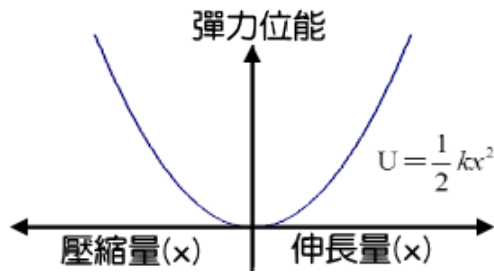
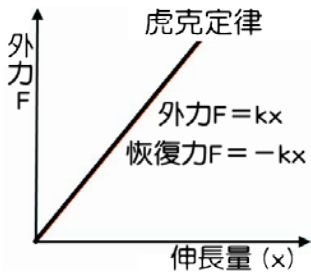


因外力與恢復力為平衡力，且方向相反，因此 $F_{\text{恢}} = -k \cdot x$

(6) $F-x$ 圖形下的面積，表示施力對彈簧所作的功，因此當施力使彈簧伸長 x 時，

彈簧獲得能量
$$E = \frac{kx \cdot x}{2} = \frac{1}{2}kx^2$$

此能量為施力所作的功，亦為彈簧的彈力位能。



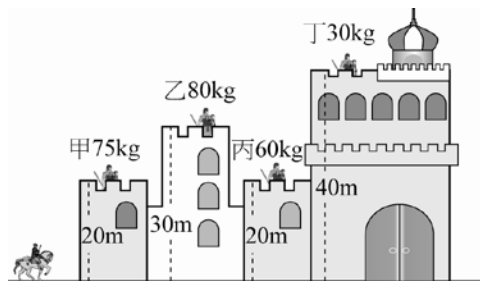
(7)將彈簧由伸長量 x_1 伸長為 x_2 時，對彈簧施力所作的功，

等於彈簧彈力位能的變化
$$W = \frac{1}{2}kx_2^2 - \frac{1}{2}kx_1^2 = U_2 - U_1$$

範例 1

1.某座城堡上有四位士兵在不同地點駐守著，如圖，令 $g = 10\text{m/s}^2$ ，請回答下列問題：

- ___ 1.四位士兵中，何者擁有的重力位能最大？
(A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)丁。
- ___ 2.半小時後，丁士兵觀察到遠方有敵人接近，因此他走到丙士兵位置。試問丁士兵重力位能有何變化？
(A)維持不變 (B)增加 600 焦耳 (C)減少 600 焦耳
(D)減少 6000 焦耳 (E)增加 6000 焦耳。
- ___ 3.兩軍交戰時，這四位士兵讓相同質量的石塊自由落下，企圖砸中攀爬城牆的敵軍。試問這些敵軍被哪一個士兵的石塊砸中時，受傷的情形將最為嚴重？(假設敵軍皆在地面) (A)甲 (B)乙 (C)丙 (D)丁。



【答案】：(1)B； (2)D； (3)D

範例 2

質質量 2 公斤的物體從斜坡上滑落至底部，若斜坡斜面長度為 10 m，斜面對於物體的摩擦力為 2 牛頓，試回答下列問題： $(g = 10 \text{ m/s}^2)$

- (1)重力對物體作功_____焦耳。
 (2)摩擦力對物體作功_____焦耳。
 (3)物體動能為_____焦耳。

【答案】：(1)100； (2)-20； (3)80

範例 3

將質量 2 公斤的物體放置於空間座標(3 m,4 m)，其位能為_____焦耳。

將質量 2 公斤的物體從(3 m,4 m)移動到(5 m,7 m)，其位能變化量為_____焦耳。

【答案】：(1)80； (2)60；

範例 4

(1)水平彈簧原長 10 公分，今自全長 12 公分拉長至 14 公分時，彈性能增加 U_1 ；若再拉長到全長 16 公分時，位能再增加 U_2 ，則 $U_1 : U_2$ 為

(A)1 : 1 (B)2 : 3 (C)3 : 4 (D)3 : 5 (E)4 : 5。

(2)將一條彈簧的伸長量由 x_0 緩緩增加為 $2x_0$ 時，若外力作功為 W ，則此彈簧的彈性常數為

(A) $\frac{W}{2x_0^2}$ (B) $\frac{3W}{2x_0^2}$ (C) $\frac{2W}{3x_0^2}$ (D) $\frac{2W}{x_0^2}$ (E) $\frac{W}{x_0^2}$ 。

(3)彈性常數為 k ，自然長度 ℓ_0 之彈簧，將其拉長至長度為 $\frac{3}{2}\ell_0$ ，則此時彈簧之彈性能為

(A) $\frac{1}{8}k\ell_0^2$ (B) $\frac{9}{8}k\ell_0^2$ (C) $\frac{9}{4}k\ell_0^2$ (D) $\frac{1}{4}k\ell_0^2$ (E) $\frac{1}{2}k\ell_0^2$ 。

【答案】：(1)D； (2)C (3)A

範例 5

阿瓜在高 45 m 之大樓頂，使一質量 5 kg 之小球自由落下，若不考慮空氣阻力，設地面為零位面且 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，試回答下列問題：

- (1)到達地面之瞬間，小球所具有之動能為_____焦耳，位能為_____焦耳。
 (2)物體到達地面之瞬間，小球的速度為_____m/s。

【答案】：(1)2250，0； (2)30

類1.令地面為重力位能為零的參考面，小晴在操場上練習扯鈴，若扯鈴由離地 0.5 公尺被向上拋出，且最高點離地 3.0 公尺，已知扯鈴所受重力為 6.0 牛頓，則扯鈴最高點的重力位能較起拋點高出多少焦耳？

(A)18 (B)15 (C)8.0 (D)5.0 (E)3 焦耳。

類2.足球選手以 10 牛頓的力鉛直向上踢一靜止的足球，已知足球質量為 500 克，足球上升的最大高度為 4 公尺，在理想狀況下。不計任何阻力，則足球選手對足球作功為多少焦耳？
($g=10$ 公尺/秒²)

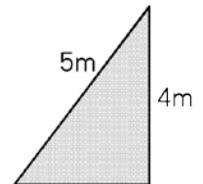
(A)10 (B)20 (C)30 (D)40 (E)-20 焦耳。

類3.已知義大世界的摩天輪半徑為 40 公尺。質量 50 公斤的阿呆從底部入口處搭上摩天輪，若重力加速度 $g=10$ 公尺/秒²，則當摩天輪轉半圈到達最高點時，阿呆相對底部入口處的重力位能為多少焦耳？

(A) 8×10^4 (B) 4×10^4 (C) 2×10^4 (D) 4×10^3 (E) 2×10^3 焦耳。

類4.在一固定的光滑斜面上，斜面長 5 公尺、高 4 公尺，質量 50 公斤的小明自斜面頂端滑至底端。若重力加速度為 10 公尺/秒²，重力位能將如何變化？

(A)釋出 2500 焦耳 (B)獲得 2500 焦耳 (C)釋出 2000 焦耳
(D)獲得 2000 焦耳 (E)釋出 200 焦耳。



類5.彈簧長 20 公分，若施以 20 牛頓的力可伸長至 25 公分，今施力於該彈簧，使其由 25 公分的長度伸長為 30 公分的長度，則所需的功至少為多少？(設仍在彈簧的彈性限度內)

(A)1 (B)1.5 (C)2 (D)2.5 (E)3 焦耳。

類6.彈簧的力常數為 200 N/m，原來已伸長 10 公分，若欲將此彈簧在彈性限度內再伸長 10 公分，須作功多少焦耳？

(A)0.75 (B)1.0 (C)1.5 (D)2.0 (E)3.0 焦耳。

類7.已知義大世界的摩天輪半徑為 40 公尺。質量 50 公斤的婷婷從底部入口處搭上摩天輪，若重力加速度 $g=10$ 公尺/秒²，則當摩天輪轉半圈到達最高點時，婷婷相對底部入口處的重力位能為若干焦耳？

(A) 8×10^4 (B) 4×10^4 (C) 2×10^4 (D) 4×10^3 (E) 2×10^3 。

重點內容

5-3 力學能守恆



(一)力學能(mechanical energy)：

A、質量 m 的物體在均勻重力場中，由 A 點落下至 B 點，高度變化由 h_1 落至 h_2 ，

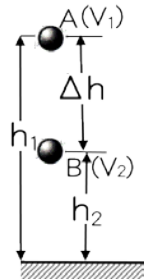
此時物體的速度由 v_1 變成 v_2 ，則

物體落下時的重力位能變化 $\Delta U = U_2 - U_1 = mgh_2 - mgh_1 = -mg \Delta h$

落下過程的重力位能減少

物體落下時的動能變化 $\Delta K = K_2 - K_1 = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$

落下過程的動能增加



B、物體落下過程僅受重力作用，為等加速度運動，因此

$$v_2^2 = v_1^2 + 2g \Delta h \quad \rightarrow \quad v_2^2 - v_1^2 = 2g \Delta h$$

$$\rightarrow \quad mv_2^2 - mv_1^2 = 2mg \Delta h$$

$$\rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mg \Delta h$$

$$\rightarrow \quad K_2 - K_1 = \Delta K = -\Delta U$$

\rightarrow 物體落下時的增加的動能變化 = 物體落下時減少的重力位能

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$$

$$\rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = mg(h_1 - h_2) = mgh_1 - mgh_2$$

$$\rightarrow \quad \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1$$

$$\rightarrow \quad K_2 + U_2 = K_1 + U_1$$

\rightarrow 末動能 + 末重力位能 = 初動能 + 初重力位能

\rightarrow 末力學能 = 初力學能

C、物體在均勻重力場中的運動過程，若無阻力、摩擦力等非守恆力的作用，則

物體在任何高度時的力學能恆為定值，亦即

物體在任何位置的動能 + 位能 = 定值。

因此落下過程的動能會增加，重力位能會減少，而力學能則維持不變。

D、守恆力：

(1)對物體施力作功，而能將能量暫時儲存起來，當物體恢復成原來狀態時，儲存的能量被釋放出來，具有此種特性的作用力，稱為守恆力。

(2)彈力、萬有引力、重力能被儲存成位能的形式，因此屬於守恆力。

(3)守恆力僅與物體的起點與終點位置有關，而與過程所經的路徑無關。

E、非守恆力：

(1)空氣阻力、摩擦力等作用力，無法將能量儲存成位能，僅能轉變成雜亂無法利用的熱能，因此屬於非守恆力。

(2)非守恆力與物體運動所經的路徑有關。

(3)非守恆力會使得物體所具有的力學能減少。



(二)力學能守恆的應用：

A、單擺的擺動：

假設單擺擺錘質量 m ，擺繩長度 L ，擺錘在最低點速率為 v ，則：

(1)最高點的重力位能 = 最低點的動能。

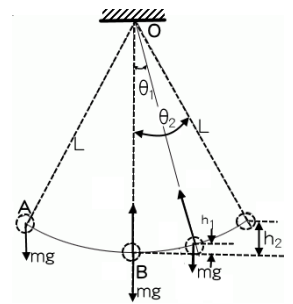
$$mgL(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow \text{最低點的速率 } v = \sqrt{2gL(1 - \cos \theta)}$$

(2)在 1 處的力學能 = 在 2 處的力學能

$$\frac{1}{2} mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} mv_2^2 + mgh_2$$

$$\frac{1}{2} mv_1^2 + mgL(1 - \cos \theta_1) = \frac{1}{2} mv_2^2 + mgL(1 - \cos \theta_2)$$

$$\frac{1}{2} mv_1^2 + (-mgL \cos \theta_1) = \frac{1}{2} mv_2^2 + (-mgL \cos \theta_2)$$



B、光滑斜面上的運動：

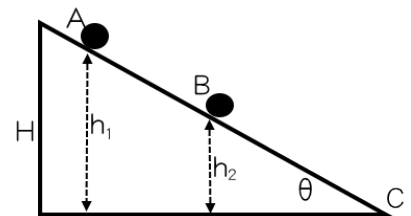
質量 m 的小球由斜面頂端自由滑下，若斜面高度為 H ，則

(1)最高點的重力位能 = 最低點的動能

$$mgH = \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2gH}$$

(2)在 A 點的力學能 = 在 B 點的力學能

$$\frac{1}{2} mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} mv_2^2 + mgh_2$$



C、自由落體：

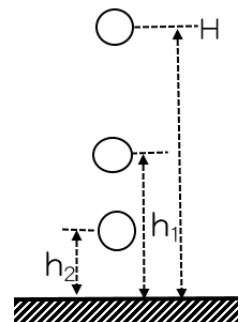
質量 m 的質點由 H 高處自由落下，則

(1)最高點的重力位能 = 最低點的動能

$$mgH = \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2gH}$$

(2)在 1 處的力學能 = 在 2 處的力學能

$$\frac{1}{2} mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} mv_2^2 + mgh_2$$



D、鉛直上拋：

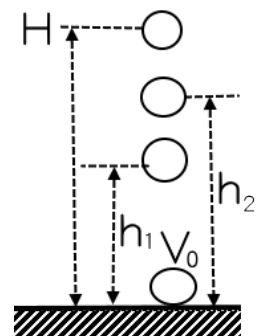
質量 m 的質點由地面以初速 v_0 鉛直上拋，則

(1)最高點的重力位能 = 最低點的動能

$$mgH = \frac{1}{2} mv^2 \rightarrow \text{最大鉛直高度 } H = \frac{v_0^2}{2g}$$

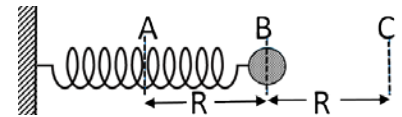
(2)在 1 處的力學能 = 在 2 處的力學能

$$\frac{1}{2} mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} mv_2^2 + mgh_2$$



E、彈簧的振動：

質量 m 的物體，隨著彈簧在 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 間來回振動，其中 B 為彈簧的平衡位置， $AB = BC =$ 彈簧最大振幅，則

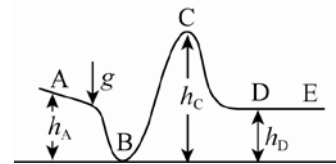


- (1) A 、 C 為端點，彈簧的伸長量最大，彈力位能最大，速率為零，動能為零，動能最小。
- (2) B 點的伸長量為零，彈力位能為零，彈力位能最小，速率最大，動能最大。
- (3) $A \rightarrow B$ ：彈力位能漸少，動能漸增，彈力的方向向右。
 $B \rightarrow A$ ：彈力位能漸增，動能漸減，彈力的方向向右。
 $B \rightarrow C$ ：彈力位能漸增，動能漸減，彈力的方向向左。
 $C \rightarrow B$ ：彈力位能漸減，動能漸增，彈力的方向向左。
- (4) A 處的動能 + 彈力位能 = B 處的動能 + 彈力位能 = C 處的動能 + 彈力位能。

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}kx_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}kx_B^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}kx_C^2$$

範例 1

如圖，為一滑行軌道，一車之質量 m ，可置於軌跡上各不同位置，並且具不同之初速，假如所有的摩擦均忽略不計，重力加速度為 g ，其方向係鉛直向下，試回答下列各題：



- (1) 若車置於 C 點，由靜止向左滑行，至 B 點之速率為_____。
- (2) 若車置於 C 點，由靜止向左滑行，至 A 點之速率為_____。
- (3) 若車置於 A 點，以某一初速向右滑行，恰可抵達 C 點，則其初速度之值為_____。
- (4) 若車由 A 點向右滑行，其所具之動能為 mgh_C ，當其達 D 點時其速率為_____。

【答案】：(1) $\sqrt{2gh_C}$ ；(2) $\sqrt{2g(h_C - h_A)}$ ；(3) $\sqrt{2g(h_C - h_A)}$ ；(4) $\sqrt{2g(h_C + h_A - h_D)}$

範例 2

將質量 m 之小球，自地面以速率斜向 v 丟出，試回答下列問題：

- (1) 當小球的速率為 $\frac{v}{2}$ 時，其離地高度為_____。
- (2) 當小球離地高度為 $\frac{v^2}{2g}$ 時，其速率為_____。

【答案】：(1) $\frac{3v^2}{8g}$ ；(2) 0

範例 3

質量 m 的質點自半圓形的碗邊緣自由滑落，假設碗的半徑為 R ，其表面光滑且固定不動，則：

- (1) 質點滑至底部時，速率為_____。
 (2) 質點滑至底部時，碗給質點的正向力為_____。

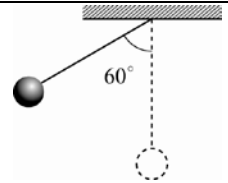


【答案】：(1) $\sqrt{2gR}$ ； (2) $3mg$

範例 4

單擺由 60° 的擺角開始擺盪，擺長 10 公尺，擺錘的質量為 2 公斤，不計摩擦力， $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，則到達最低點的速度為_____ m/s 。

【答案】：(1) 10

**範例 5**

由地面上以 20 m/s 的速度，鉛直上拋一質量 100 g 的球，球落下後碰撞地面後向上反彈 15 m 高才再落下，令 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，試求：

- (1) 球碰撞地面損失的力學能為_____。
 (2) 此損失的力學能是否自然消失或轉移？_____。

【答案】：(1) -5 ； (2) 轉移 (因摩擦耗損而形成熱能)

範例 6

一物由高 h 處自由落下，設地面重力位能為零，距地面 $\frac{h}{3}$ 時，動能與位能之比值為_____。

【答案】：2

範例 7

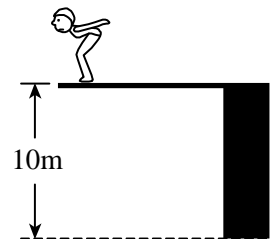
A、B 兩小球質量相同，同時自地面向上拋起，若 A 球的初速度為 B 球的 3 倍，A 球所達的高度為 H ，則 B 球所達的高度為_____。

【答案】： $\frac{1}{9}H$

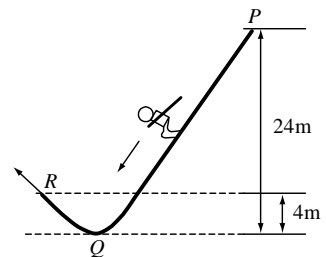
類1.重力加速度為 10 公尺/秒²，不計空氣阻力，鉛直上拋一個質量 0.2 公斤的石子，最高可達 15 公尺高，則石子達 5 公尺高度時，石子動能是起拋點動能的多少倍？
 (A)1 (B)2 (C) $1/3$ (D) $1/2$ (E) $2/3$ 。

類2.質量 1 公斤的木塊，由 10 公尺高的光滑斜面頂端自由滑下，已知斜面長 20 公尺，重力加速度為 9.8 公尺/秒²，則木塊沿斜面下滑至底部時，速度為多少公尺/秒？
 (A)5.0 (B)8.0 (C)10.0 (D)14.0 (E)18.0。

類3.如右圖，有一跳水選手由高臺上以初速 4 公尺/秒向上跳起，若忽略空氣阻力，試估計當選手落至高台下 10 公尺處的水面時，其速率約為多少？($g = 10$ 公尺/秒²)
 (A)10 (B)14 (C)18 (D)22 公尺/秒。



類4.如右圖，質量 60 公斤的滑雪者，由滑雪道頂端 P 靜止滑下，於滑道末端 R 飛出。滑道最低點 Q 與 P 的垂直距離為 24 公尺， Q 與 R 的垂直距離為 4 公尺。當他於滑道末端 R 飛出時，速度的大小為 18 公尺/秒。若過程中他保持姿勢不變，風阻亦可忽略。從 P 到 R 因摩擦所消耗的能量與所減少的重力位能之比值最接近下列何者？
 (A)1 (B)0.8 (C)0.3 (D)0.2 (E)0.1。



類5.鮭魚洄游產卵，遇到水位落差時也能逆流而上。假設落差之間水流連續，而且落差上下的水域寬廣，水流近似靜止。若鮭魚最大游速為 3 公尺/秒，不計阻力，則能夠逆流而上的最大落差高度為何？(重力加速度 $g = 10$ 公尺/秒²)
 (A)9.00 (B)3.00 (C)2.40 (D)0.90 (E)0.45 公尺。

類6.用繩子將質量為 m 的木塊鉛直放下。以 $g/4$ 的向下加速度下降距離 l ，則繩子對木塊所作的功為

- (A) $-\frac{mg\ell}{4}$ (B) $\frac{mg\ell}{4}$ (C) $-\frac{3mg\ell}{4}$ (D) $\frac{3mg\ell}{4}$ (E) $mg\ell$ 。

類7.自地面將質量 m 的物體以動量 p 鉛直上拋，忽略空氣阻力，則當其距地面高度為最大高度 $1/3$ 時，其動能為

(A) $\frac{p^2}{3m}$ (B) $\frac{2p^2}{3m}$ (C) $\frac{3p^2}{5m}$ (D) $\frac{4p^2}{5m}$ (E) $\frac{5p^2}{7m}$ 。

類8.將一球由地面以動能 E 斜向拋出，當小球在空中的動能為 $0.6E$ 時，小球當時的離地高度為 (令小球質量 m ，重力加速度 g)

(A) $\frac{E}{mg}$ (B) $\frac{2E}{mg}$ (C) $\frac{E}{2mg}$ (D) $\frac{2E}{5mg}$ (E) $\frac{E}{4mg}$ 。

類9.長 L 之均質繩索靜置於光滑桌面之邊緣，有 $L/3$ 長之繩下垂。當釋放時，則繩離開桌面時之速率為

(A) $\sqrt{\frac{gL}{3}}$ (B) $\sqrt{\frac{2gL}{3}}$ (C) $\frac{\sqrt{gL}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{2gL}}{3}$ (E) $\frac{2\sqrt{2gL}}{3}$ 。

類10.若以地面為重力位能的零位面，在地面附近一質量為 m 之物體由高 h 處自由落下，當物體的動能為位能的 2 倍時，求物體的高度為何？

(A) $h/4$ (B) $h/3$ (C) $h/2$ (D) $2h/3$ (E) $3h/4$ 。

類11.如果不計空氣阻力，以地表為位能零點。一個原為靜止的石子，從離地 h 公尺處自由落下，則當石子掉落至離地 $h/3$ 公尺處時，其位能與動能的比為何？

(A) 2 : 1 (B) 1 : 2 (C) 3 : 1 (D) 1 : 3 (E) 1 : 1。

類12.假設地面的重力位能為零，質量 m 的物體以速度 v_0 自地面鉛直上拋，當它離地面高度 h 時，動能和位能恰好相等，若忽略空氣阻力，則 h 為

(A) $\frac{v_0^2}{4g}$ (B) $\frac{v_0^2}{2g}$ (C) $\frac{v_0^2}{g}$ (D) $\frac{2v_0^2}{g}$ (E) $\frac{4v_0^2}{g}$ 。

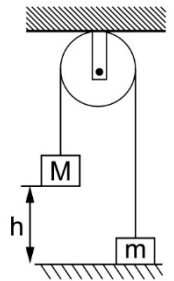
類13.有一 10 公斤之物體從光滑斜面滑下後，在動摩擦係數為 0.4 之平面上滑行 5 公尺後停止。物體原在斜面上之高度為

(A) 0.4 (B) 1 (C) 2 (D) 5 (E) 9.8 公尺。

類14.一物體自地面以 30° 仰角斜向拋出，空氣阻力不計，且地面重力位能為零，則此物達到最大高度瞬間，其動能與位能之比為
 (A) $1:1$ (B) $\sqrt{3}:1$ (C) $1:3$ (D) $3:1$ (E) $1:\sqrt{3}$

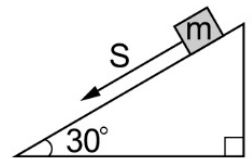
類15.如右圖，定滑輪之兩端各繫有質量 M 與 m 之物體 ($M > m$)，不計摩擦力及繩質量， M 物體自距離地面高 h 處，靜止下落。當 M 、 m 兩物體達到等高時，系統 ($M+m$) 的重力位能為何？

(A) $\frac{(M+m)gh}{2}$ (B) $\frac{(M-m)gh}{2}$ (C) $\frac{Mgh}{2}$ (D) $\frac{mgh}{2}$ (E) 0 。



類16.如右圖，一物體質量 m 在斜角 30° 的光滑斜面頂端，自靜止開始下滑，重力做功為何？

(A) mgs (B) $\frac{1}{2}mgs$ (C) $\frac{1}{4}mgs$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}mgs$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{4}mgs$



類17.有一斜度 37° 、速率為 0.5 m/s 的電動扶梯，今有一體重 60 kg 的人踏上扶梯上樓，則驅動扶梯的馬達對人作功的功率為若干 W ？
 (A) 120 (B) 180 (C) 240 (D) 300 (E) 360

類18.斜向拋射之物體在高 3 公尺時，速率為 4 公尺/秒，則在高 2 公尺時速率為多少公尺/秒？
 (A) 4.2 (B) 4.8 (C) 5.6 (D) 6.0 (E) 7.2。 ($g=10$ 公尺/秒²)

類19.鮭魚回游產卵，遇到水位落差時也能逆流而上。假設落差之間水流連續，而且落差上下的水域寬廣，水流近似靜止。若鮭魚最大游速為 2.8 m/s ，且不計阻力，則能夠逆流而上的最大落差高度為何？(重力加速度 $g=9.8 \text{ m/s}^2$)
 (A) 9.8 m (B) 2.8 m (C) 1.4 m (D) 0.8 m (E) 0.4 m。

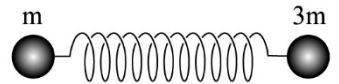
類20.一質量 2 kg 的小石以 10 m/s 的初速率鉛直向上拋射，當小石到達最高點的瞬間，此時的重力位能大小為多少焦耳？(以地面為重力位能的零位面)
 (A) 20 (B) 50 (C) 100 (D) 200 (E) 400

綜合練習

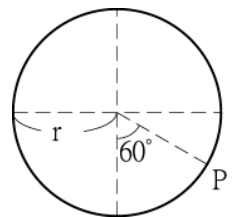
5-3 力學能守恆

1. 一條彈性常數 $k=2.0$ 牛頓/公尺的彈簧，當其壓縮量 $x=1.0$ 公尺，此時的彈力位能為多少焦耳？(彈性位能 $=\frac{1}{2}kx^2$)
 (A)0.5 (B)1.0 (C)2.0 (D)3.0 (E)4.0。

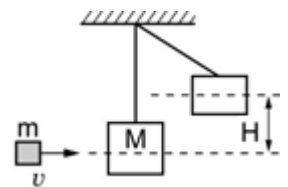
2. 一彈簧兩端各繫質量 m 、 $3m$ 的物體壓縮後由靜止釋放，如右圖，則兩物體動能比為
 (A)1 : 3 (B)3 : 1 (C)1 : 9 (D)9 : 1 (E)1 : 1。



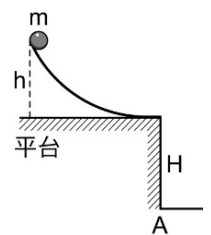
3. 在光滑鉛直面上作圓周運動的物體，如圖。若物體在最高點的速率為 $\sqrt{2gr}$ (r 為圓半徑)則在圖中 p 的速率為若干？(g 為重力加速度)
 (A) $\sqrt{4gr}$ (B) $\sqrt{5gr}$ (C) $\sqrt{3gr}$ (D) $\sqrt{6gr}$ (E) $3\sqrt{gr}$ 。



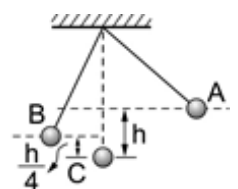
4. 如右圖，在衝擊實驗中，設子彈質量 m 、速度 v ，木塊質量 M ，且木塊上升高度為 H 。子彈射入木塊過程中，可視為動量守恆。試問：子彈射入木塊後，兩者在最低點時速度大小為何？(動量 $p=mv$)
 (A) v (B) $\frac{m}{M+m}v$ (C) $\sqrt{\frac{m}{M+m}}v$ (D) $\frac{M+m}{M}v$ (E) $\sqrt{\frac{m}{M+m}}v$ 。



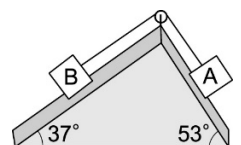
5. 如右圖，光滑的弧形軌道置於離地面高為 H 的平臺上(該軌道的底端為水平)。質量為 m 的小質點，由高於平臺 h 的軌道頂端自由滑下，至軌道底端，即沿水平方向射出，則該質點著地處與 A 點距離為：
 (A) $2\sqrt{hH}$ (B) $\sqrt{2hH}$ (C) \sqrt{hH} (D) $\sqrt{hH/2}$ (E) $\sqrt{hH}/2$ 。



6. 如圖，將質量 m 的物體繫於繩長 L 的一端，另一端繫於天花板。某人將物體拉至 A 點時靜止釋放，盪至最低點 C 點時， A 點與 C 點高度差為 h ，求最低點 C 點時的速度大小為何？
 (A) \sqrt{gh} (B) $\sqrt{2gh}$ (C) $2\sqrt{gh}$ (D) $\sqrt{2gL}$ (E) $2\sqrt{gh}$ 。



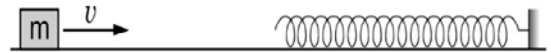
7. 兩木塊 A 、 B 質量分別為 3 kg 與 2 kg ，置於 53° 與 37° 的斜面上，以質量不計的滑輪連接，如右圖。假設斜面光滑，若 A 由靜止沿斜面下滑 5 m ，則此時 B 物體的動能為若干 J ？
 (A)48 (B)24 (C)18 (D)12 (E)6。



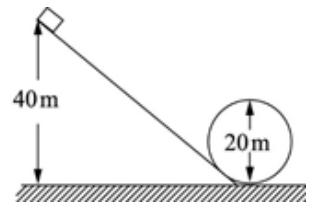
8. 物體由靜止出發從光滑斜面頂滑下，當所用時間是下滑到底的時間的一半時，物體的動能與位能之比為何？(以底端為零位點)
 (A) 1 : 4 (B) 1 : 3 (C) 1 : 2 (D) 1 : 1 (E) 2 : 3。

9. A、B 兩小球質量相同，同時自地面向上拋起，若 A 球的初速度為 B 球的 3 倍，A 球所達的高度為 H，則 B 球所達的高度為
 (A) 3H (B) 9H (C) $\frac{1}{3}H$ (D) $\frac{1}{6}H$ (E) $\frac{H}{9}$ 。

10. 一木塊水平射入一固定的彈簧，彈簧彈性常數為 k，如右圖。木塊以動能 E_k 射入時，彈簧的最大壓縮量為 x，若木塊的速度加倍，則彈簧的最大壓縮量變為多少？
 (A) x (B) 2x (C) 3x (D) 4x (E) 5x。



11. 一輛雲霄飛車(含乘客質量共 1000 kg)正要由離地高 40 m 處以 15 m/s 速率沿軌道滑下，如附圖所示，圓形迴轉軌道直徑為 20 m，假設 $g = 10 \text{ m/s}^2$ ，且忽略空氣阻力和軌道摩擦力，則當車子到達迴轉圈頂點時速率為多少 m/s？
 (A) 400 (B) 20 (C) 625 (D) 25



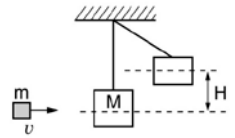
12. 不考慮空氣阻力的影響，以物體在地面時重力位能為零，將一質量為 20 kg 的物體由距地面 40 m 高處自由落下，當其動能與位能相等時，物體的速率為若干 m/s？
 (A) 10 (B) $10\sqrt{2}$ (C) 20 (D) $20\sqrt{2}$ 。

13. 一物體若受合力作功 -15 焦耳，則此物體：
 (A) 位能增加 15 焦耳 (B) 位能減少 15 焦耳 (C) 動能增加 15 焦耳 (D) 動能減少 15 焦耳 (E) 力學能增加 15 焦耳。

14. 下列關於各種形態的能量互相轉換的敘述中，何者錯誤？
 (A) 家用瓦斯爐將化學能轉為熱能 (B) 水力發電機將力學能轉換為電能
 (C) 飛機噴射引擎將電能轉為力學能 (D) 光合作用將光能轉換成化學能
 (E) 太陽電池將光能轉換成電能。

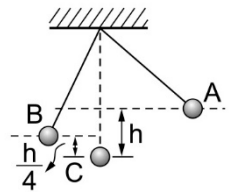
15. 以等速度向上提高的物體
 (A) 動能漸增，而位能漸減 (B) 位能漸增，而動能漸減 (C) 位能漸增，而動能不變
 (D) 動能、位能皆漸增 (E) 力學能守恆。

___16.如右圖，衝擊實驗中，設子彈質量 m 、速度 v ，木塊質量 M ，且木塊上升高度為 H 。子彈射入木塊過程中，可視為動量守恆。試問：子彈射入木塊後，兩者在最低點時速度大小為何？(動量 $p = mv$)



- (A) v (B) $(\frac{m}{m+M})v$ (C) $\sqrt{\frac{m}{m+M}}v$ (D) $(\frac{m+M}{M})v$ (E) $\sqrt{\frac{m+M}{M}}v$ 。

___17.如右圖，將質量 m 的物體繫於繩長 L 的一端，另一端繫於天花板。某人將物體拉至 A 點時靜止釋放，盪至最低點 C 點時，A 點與 C 點高度差為 h ，求最低點 C 點時的速度大小為何？



- (A) \sqrt{gh} (B) $\sqrt{2gh}$ (C) $2\sqrt{gh}$ (D) $\sqrt{2gL}$ (E) $2\sqrt{gh}$ 。

___18.質量 m 之小鉛粒，自半徑 r 之光滑半球形碗的碗緣處，由靜止開始滑落碗內，則滑至一半深度時鉛粒作用於碗之力大小為

- (A) $mg/2$ (B) mg (C) $3mg/2$ (D) $2mg$ (E) $5mg/2$ 。

___19.質量為 m 的物體，自距地面 h 高處自由落下。設重力加速度為 g ，以地面為重力零位面，不計空氣阻力。則在其下降至 $\frac{1}{4}h$ 高度時，物體所具有的動能為多少？

- (A) $\frac{1}{3}mgh$ (B) mgh (C) $\frac{3}{4}mgh$ (D) $4mgh$ (E) $\frac{1}{4}mgh$ 。

___20.A、B 兩小球質量相同，同時自地面向上拋起，若 A 球的初速度為 B 球的 3 倍，A 球所達的高度為 H ，則 B 球所達的高度為

- (A) $3H$ (B) $9H$ (C) $\frac{H}{3}$ (D) $\frac{H}{9}$ 。

___21.一物體受力與位置之關係為 $F = 3x + 4$ 牛頓，其方向在 $+x$ 方向，則由 $x = 1$ 公尺移至 $x = 5$ 公尺，此力對物體作功為

- (A) 40 (B) 48 (C) 52 (D) 64 (E) 72 焦耳。

___22.下列有關功的敘述，何者錯誤？

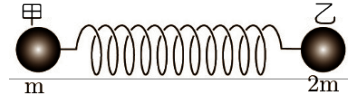
- (A) 功是不具方向性的物理量 (B) 欲使物體在粗糙平面作等速度運動，吾人須施力對物體作功 (C) 人造衛星繞地球轉一周，地球引力對衛星作功為零 (D) 垂直上拋一物體又落回手上，空氣阻力對物體作功為零 (E) 把一鉛球投入水中而下沉至容器底部以後，浮力對鉛球作功為零。

- ___23.質量為 10 千克的物體以 20 米/秒的速度運動，欲使物體以 20 米/秒反方向運動，應對物體作功多少焦耳？
(A)150 (B)8000 (C)4000 (D)2000 (E)0 焦耳。
- ___24.婷婷以水平定力 40 牛頓去拉質量 10 公斤的物體，使其在光滑水平地面上，由靜止開始前進 2 秒鐘，婷婷施力作功多少焦耳？
(A)160 (B)240 (C)320 (D)480 (E)640 焦耳。
- ___25.用細繩懸一質量 4 公斤之木塊，以 $a=5\text{m/s}^2$ 等加速度上升 5 公尺之距離，已知重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$ ，則細繩張力對木塊作功
(A)150 (B)200 (C)250 (D)300 (E)400 焦耳。
- ___26.質量為 m 的物體在水平面上前進 d 的距離時，其速度由 V 減至 $V/3$ ，則此物體所受的動摩擦力的量值為若干？
(A) $\frac{mv^2}{3d}$ (B) $\frac{2mv^2}{3d}$ (C) $\frac{2mv^2}{9d}$ (D) $\frac{4mv^2}{9d}$ (E) $\frac{8mv^2}{9d}$ 。
- ___27.琳琳施水平力推動質量 10 公斤的箱子，箱子沿水平方向等速前進 6 公尺，若箱子與地面之間的摩擦力為 20 牛頓，則摩擦力對箱子作功若干焦耳？
(A)+120 (B)-120 (C)+60 (D)-60 (E)0 焦耳。

【題組】甲彈簧的彈力常數 $k=20\text{ N/m}$ ，乙彈簧的彈力長數為 40 N/m ，兩彈簧的長度皆為 8 公尺，請回答下列問題：

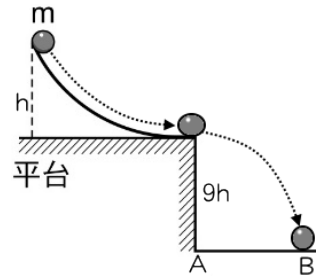
- ___28.在彈性限度內比較甲、乙兩彈簧的性質比較，下列何者正確？
(A)提供相同的作用力，甲彈簧的彈力(恢復力)比乙大
(B)將彈簧伸長相同的距離，甲彈簧作功比乙彈簧多
(C)給予相同的作用力，甲乙兩彈簧的伸長量比為 1：2
(D)給予相同的作用力，甲乙兩彈簧的彈力位能比為 1：1
(E)伸長量相同時，甲乙兩彈簧的彈力位能比為 2：1。
- ___29.將甲彈簧伸長為 10 公尺時，甲彈簧的彈力位能為若干焦耳？
(A)20 (B)40 (C)80 (D)120 (E)160 焦耳。
- ___30.將乙彈簧伸長為 10 公尺時，乙彈簧的施力為若干牛頓？
(A)20 (B)40 (C)80 (D)120 (E)160 牛頓。

【題組】彈簧兩端各繫質量 m 、 $2m$ 的物體壓縮後由靜止釋放，如右圖，請回答下列各題：



- ___ 31. 有關兩物體及彈簧的運動情形，下列何者錯誤？
 (A) 甲與乙受到彈簧的彈力相同 (B) 甲與乙受力時間相同 (C) 甲與乙彈開瞬間的衝量相同 (D) 甲與乙彈開瞬間的動量相同 (E) 甲與乙彈開瞬間的速度相同。
- ___ 32. 有關彈簧的受力情形，下列何者正確？
 (A) 彈簧伸展的過程，彈力恆為固定 (B) 左端(甲端)的彈力大於右端(乙端)的彈力 (C) 左端(甲端)的彈力等於右端(乙端)的彈力 (D) 彈簧彈開的過程為彈力位能釋放，轉變為力學能 (E) 彈簧彈開瞬間的施力最大，彈力位能最小。
- ___ 33. 兩物體分開瞬間，兩物體的動能比為若干？
 (A) 2 : 1 (B) 1 : 2 (C) 1 : 1 (D) 1 : 4 (E) 4 : 1。

【題組】如圖，光滑的弧形軌道置於離地面高為 h 的平臺上（該軌道的底端為水平）。質量為 m 的質點，由高於平臺 $9h$ 的軌道頂端自由滑下，至軌道底端，即沿水平方向射出，請回答下列問題：



- ___ 34. 質點由斜面頂端滑至平台底部時的瞬時速率為若干？
 (A) $\sqrt{\frac{1}{2}gh}$ (B) \sqrt{gh} (C) $\sqrt{\frac{3}{2}gh}$ (D) $\sqrt{2gh}$ (E) $\sqrt{\frac{5}{2}gh}$ 。
- ___ 35. 質點離開弧形軌道，至落回地面瞬間，所經歷的時間為若干？
 (A) $\sqrt{\frac{3h}{g}}$ (B) $\sqrt{\frac{6h}{g}}$ (C) $\sqrt{\frac{9h}{g}}$ (D) $\sqrt{\frac{12h}{g}}$ (E) $\sqrt{\frac{18h}{g}}$ 。
- ___ 36. 質點落地瞬間著的於 B 點，則 AB 兩點相隔的距離為若干？
 (A) $4h$ (B) $6h$ (C) $8h$ (D) $9h$ (E) $12h$ 。

5-2~5-3_力學能守恆_標準答案：

5-2 類題：

1.B 2.B 3.B 4.C 5.B 6.E 7.B

5-3 類題：

1.E 2.D 3.B 4.D 5.E 6.C 7.A 8.D 9.E 10.B

11.B 12.A 13.C 14.B 15.E 16.A 17.C 18.D 19.B

一、單一選擇題：

1.B 2.B 3.B 4.B 5.A 6.B 7.B 8.B 9.D 10.B

11.D 12.C 13.D 14.C 15.C 16.B 17.B 18.C 19.C 20.D

21.C 22.D 23.E 24.C 25.D 26.D 27.B 28.C 29.B 30.C

31.D 32.C 33.A 34.D 35.E 36.B