

重點內容

4-2 地表的重力加速度



(一)重力(Gravity)：

A、意義：

- (1)地球對物體產生的萬有引力：，即為物體的重力。
- (2)重力的量值即為重量，以 w 表示。
- (3)在地表附近的同一高度(h)，將質量別為 m_1 、 m_2 的 A、B 兩物體由靜止落下：

$$\begin{aligned} \text{由於物體受地球的萬有引力} \quad F_1 &= \frac{GMm_1}{R^2} & F_2 &= \frac{GMm_2}{R^2} \\ \text{依牛頓第二定律(運動定律)} \quad F_1 &= m_1 a_1 & F_2 &= m_2 a_2 \\ F_1 = \frac{GMm_1}{R^2} = m_1 a_1 &\rightarrow a_1 = \frac{GM}{R^2} & F_2 = \frac{GMm_2}{R^2} = m_2 a_2 &\rightarrow a_2 = \frac{GM}{R^2} \\ a_1 &= a_2 = \frac{GM}{R^2} \end{aligned}$$

物體在地表附近僅受重力作用時，產生的加速度量值和物體的質量無關，此加速度稱為重力加速度(acceleration of gravity)，一般以 g 表示。

$$B、\text{關係式：} w = F = \frac{GMm}{r^2} \quad g = \frac{GM}{r^2}$$

w ：物體的重量； r ：物體到地心的距離
單位為牛頓(N) 單位為公尺(m)

G ：引力常數
 $6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$

M ：地球質量
 $6 \times 10^{24} \text{ kg}$



(二)重力場強度(Gravitational Field)：

A、意義：

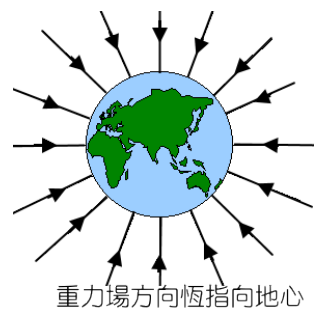
- (1)物體在星球的附近，受到星球的引力作用，使物體具有重力，其方向恆指向星球的球心。
- (2)星球的附近，每單位質量所受的萬有引力，稱為該星球的重力場強度，以 g 表示。
- (3)距離星球愈遠，則所受的萬有引力愈小，因此重力場強度愈小。

B、關係式：

$$(1)\text{重力場強度} \quad g = \frac{F}{m} = \frac{\frac{GMm}{r^2}}{m} = \frac{GM}{r^2}$$

$$(2)\text{物體的重力加速度：} \quad F = \frac{GMm}{r^2} = mg \quad g = \frac{GM}{r^2}$$

可知星球附近的重力場強度即為物體在該位置的重力加速度。





(三)地球的重力場強度：

A、已知地球半徑為 R ，地球質量為 M ，則地球表面的重力場：

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \text{代入數值可得} \quad g = \frac{(6.67 \times 10^{-11})(6 \times 10^{24})}{(6.4 \times 10^6)^2} \doteq 9.8 \text{ m/s}^2$$

B、在地球外部，距離地心 r 處：

$$g = \frac{GM}{r^2} \quad \text{當 } r \text{ 愈大時，} g \text{ 值愈小。}$$

可知距離地心愈遠， g 值愈小， g 值和 r^2 成反比。

C、在地球內部，距離地心 r 處：

在地球內部 r 處，僅內部的質量能產生重力場

假設地球密度為均勻，且密度為 ρ ，而地球內部的質量為 M_1 ，

$$\text{則 } M_1 = \frac{4}{3}\pi r^3 \times \rho \quad \text{而} \quad M = \frac{4}{3}\pi R^3 \times \rho$$

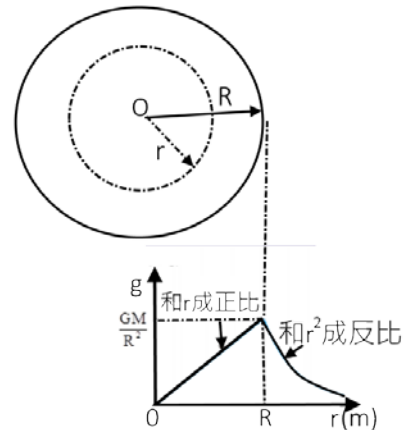
$$\text{因此 } M_1 : M = \frac{4}{3}\pi r^3 \times \rho : \frac{4}{3}\pi R^3 \times \rho = r^3 : R^3 \rightarrow M_1 = \frac{r^3}{R^3} M$$

$$g = \frac{GM_1}{r^2} = \frac{G}{r^2} \left(\frac{r^3 M}{R^3} \right) = \frac{GM}{R^3} r \quad \text{可知 } g \text{ 和 } r \text{ 成正比，}$$

(1) 當 $r=0$ (地心處) 時， $g=0 \rightarrow$ 地心處的重力場為 0。

(2) 地球內部的 g 值和 r 成正比，即

$$\text{地球內部 } r = \frac{1}{2}R \text{ 處，} g \text{ 值為地表的 } 1/2 \text{，等於 } \frac{1}{2}g \text{。}$$



範例 1

一個密度均勻的星球，分裂為 8 個密度不變、質量相等的星球。則每個星球表面的重力加速度變為原來的多少倍？

- (A)2 (B)8 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{8}$ 。

【答案】：C

範例 2

某星球質量 M ，半徑 R ，其地表重力場強度為 g 。試回答下列問題：

- (1) 甲星球質量 $3M$ ，半徑 R ，離地 R 處重力場強度為_____。
 (2) 乙星球質量 $4M$ ，半徑 $2R$ ，離地 R 處重力場強度為_____。
 (3) 丙星球質量 $2M$ ，半徑 $2R$ ，地表重力場強度為_____。

【答案】：

範例 3

已知甲行星半徑 R ，密度為 ρ ；若有一乙行星，其半徑為 $2R$ ，密度為 $\frac{3}{2}\rho$ ，則：

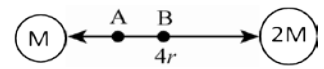
(1) 兩行星表面的重力場強度比 $g_{\text{甲}} : g_{\text{乙}}$ 為_____。

(2) 距離兩行星中心 $3R$ 處之重力場強度 $g_{\text{甲}} : g_{\text{乙}}$ 為_____。

【答案】：(1) 1 : 3 (2) 1 : 12

範例 4

如右圖，有兩質點質量分別為 M 、 $2M$ ，相距 $4r$ 。試回答下列問題：



(1) A 點位置與左質點 M 相距 r ，其重力場強度為_____。

(2) B 點位置為兩質點中點，其重力場強度為_____。

【答案】：(1) $\frac{7GM}{9r^2}$ (2) $\frac{GM}{4r^2}$

範例 5

質量為 M 的火箭在地表重量為 W ，發射後質量會隨燃料使用而減少，若在距地表 $R/2$ 處，質量剩下 $M/4$ ，則此時火箭所受的重力為_____。

【答案】： $\frac{1}{9}W$

範例 6

已知 g 為地表之重力場強度，則距離地表 h ($h \ll R$ ， R 為地球半徑) 高處之重力場大小，較地表上之重力場小

(A) $\frac{R^2}{h^2}g$ (B) $\frac{2h}{R}g$ (C) $\frac{R}{h}g$ (D) $\frac{2R^2}{h^2}g$ (E) $\frac{2h^2}{R^2}g$ 。

【答案】：B

範例 7

小衛星繞質量 M 的行星作軌道半徑為 r ，週期為 T 的等速圓周運動，若行星半徑為 $r/5$ ，則行星表面的重力場強度為_____。

【答案】： $\frac{100\pi^2 r}{T^2}$

類1.一個密度均勻的星球分裂為 64 個密度不變、質量相等的星球，則每個星球表面的重力加速度變為原來的多少倍？

- (A)1 (B)2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{8}$ 。

類2.某星球平均密度與地球相同，半徑則為地球 2 倍，在地球上重量為 48 公斤重的人到該星球時，其重量為

- (A)24 (B)36 (C)48 (D)72 (E)96 公斤重。

類3.火星質量約為地球的 $\frac{1}{10}$ 倍，半徑約為地球的 $\frac{1}{2}$ 倍。今在地表處以彈簧秤砝碼重量時，彈簧伸長量為 x 。若在火星表面作相同測量時，彈簧伸長量為何？

- (A)0.1x (B)0.2x (C)0.3x (D)0.4x (E)0.5x。

類4.甲、乙兩星球的質量相等，但半徑比為 1 : 2，則甲、乙星球表面的重力加速度比為

- (A)1 : 1 (B)1 : 2 (C)2 : 1 (D)1 : 4 (E)4 : 1。

類5.已知地球半徑為 R ，平均密度為 ρ ，且萬有引力常數為 G ，球體體積的關係式為 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ，

則距離地表 R 處的重力加速度量值為若干？

- (A) $\frac{1}{3}\pi G\rho R$ (B) $\frac{2}{3}\pi G\rho R$ (C) $\frac{4}{3}\pi G\rho R$ (D) $\frac{4\pi G\rho}{3R}$ (E) $\frac{\pi G\rho}{3R}$ 。

類6.某行星體積為地球的 8 倍，平均密度為地球的 $\frac{1}{2}$ 倍，在地球表面的物體作自由落體到達地面需時 4 秒，則在該行星表面作相同高度的自由落體需時

- (A)1 (B)2 (C)4 (D)8 (E)16 秒。

類7.A 與 B 兩星球之半徑比為 2 : 1，密度比為 1 : 3，則兩者表面之重力加速度比為多少？

- (A)1 : 3 (B)2 : 3 (C)4 : 9 (D) $\sqrt{2} : \sqrt{3}$ (E)6 : 1。

類8.一物由高空落入地下之深井中，其所受重力

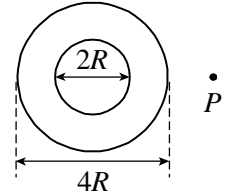
- (A)維持不變 (B)一直增大 (C)一直減少 (D)先減後增 (E)先增後減。

類9.下列敘述何者**錯誤**？

- (A)同一物體在任何重力場處質量不變 (B)地面上同一位置物體的重量與質量成正比 (C)在真空中，可以測得物體的重量 (D)地球兩極處的重力加速度較赤道處為大 (E)地球內部愈靠近地心處，重力加速度愈大。

類10.一顆直徑為 $4R$ 的實心均勻球體，對外部 P 點的重力量值為 F ，則球體內部直徑 $2R$ 部分的球體對外部 P 點的重力為

- (A) $\frac{F}{2}$ (B) $\frac{F}{4}$ (C) $\frac{F}{6}$ (D) $\frac{F}{8}$ (E) $\frac{F}{16}$ 。



類11.外太空中兩顆隕石相吸引而靠近，若兩顆隕石質量均為 m ，且某時刻兩隕石的加速度量值均為 a ，則當時兩隕石間的距離為何？（假定隕石在同一直線上運動）

- (A) $\sqrt{\frac{Gm}{4a}}$ (B) $\sqrt{\frac{Gm}{2a}}$ (C) $\sqrt{\frac{Gm}{a}}$ (D) $\sqrt{\frac{2Gm}{a}}$ (E) $\sqrt{\frac{4Gm}{a}}$ 。

類12.某行星之半徑約為地球半徑之 $\frac{1}{3}$ ，其質量約為地球質量之 $\frac{1}{30}$ ，則太空人登陸該星球時，其體重約為在地球上體重之

- (A) $\frac{1}{90}$ (B) $\frac{1}{10}$ (C) $\frac{1}{20}$ (D) $\frac{3}{10}$ (E) $\frac{3}{20}$ 倍。

類13.若地球半徑不變，平均密度增為現在的 2 倍，則同一選手的跳高能力將變為若干倍？

- (A) 2 (B) 4 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{8}$ 倍。

類14.一地球人登陸密度為地球 2 倍而體積為地球 8 倍之某星球上，已知地表的重力場強度為 g ，則該星球表面的重力場強度為若干？

- (A) $g/2$ (B) $g/4$ (C) $4g$ (D) $8g$ (E) $16g$ 。

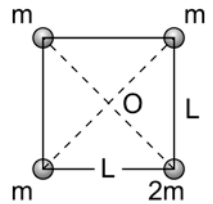
類15.地球表面的重力加速度為 g ，地球半徑為 R ，萬有引力常數為 G ，且球體體積為 $\frac{4}{3}\pi R^3$ ，則地球的平均密度為何？

- (A) $\frac{4g}{3GR}$ (B) $\frac{4\pi g}{3GR}$ (C) $\frac{3g}{4\pi GR}$ (D) $\frac{3\pi g}{4GR}$ (E) $\frac{3g}{4GR}$

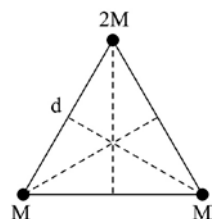
綜合練習

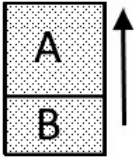
4-2 地表的重力加速度

1. 地球半徑為 R ，地表的重力加速度為 g ，今有一人造衛星繞地球作圓周運動，已知該軌道處的重力加速度為 $g/16$ ，則衛星離地高度為何？
(A) $2R$ (B) $3R$ (C) $4R$ (D) $8R$ (E) $16R$ 。
2. 若某行星質量為地球的 8 倍，半徑為地球的 4 倍，則其重力加速度 g 值為地球的多少倍？
(A) 1 (B) 2 (C) $1/2$ (D) 4 (E) $1/4$ 。
3. 地球與月球的半徑比為 11 : 3，質量比為 81 : 1，則在地球表面重 18 公斤的物體，在月球表面的重量為何？
(A) 18 公斤 (B) 3 公斤 (C) 9 公斤 (D) 54 公斤 (E) 108 公斤。
4. 一般認為銀河系中心有一個超大質量的黑洞。有些天文學家估計這黑洞的質量大約是太陽的 400 萬倍，太陽離此超大質量黑洞的距離約為 28000 光年。如果太陽、該超大質量黑洞與地球排成一直線，且兩者對地球的主要影響只有萬有引力，則這個超大質量黑洞和地球之間的萬有引力，大約是地球和太陽之間萬有引力的多少倍？（28000 光年大約是 1.8×10^9 天文單位）
(A) 1.2×10^{-12} (B) 2.5×10^{-7} (C) 2.2×10^{-3} (D) 4×10^6 。
5. 四個質點的質量分別為 m 、 m 、 m 、 $2m$ ，排在正方形的角上，如右圖，則圖中對角線交點 O 處的重力加速度為何？
(A) $\frac{Gm}{L^2}$ (B) $\frac{2Gm}{L^2}$ (C) $\frac{3Gm}{L^2}$ (D) $\frac{4Gm}{L^2}$ (E) $\frac{5Gm}{L^2}$



6. 一物自某高處自由落下，落下後 1~3 秒位移大小為 h_1 ，5~7 秒位移大小為 h_2 ，不計阻力，求重力加速度大小為何？
(A) $\frac{h_2 - h_1}{6}$ (B) $\frac{h_2 - h_1}{4}$ (C) $\frac{h_1 - h_2}{10}$ (D) $\frac{h_2 - h_1}{8}$ (E) $\frac{h_2 - h_1}{2}$ 。
7. 若地球半徑變為現在的 3 倍，密度變為 2 倍。已知地球體積與半徑的 3 次方成正比，則地球表面的重力加速度將變為現在的多少倍？
(A) 6 (B) 3 (C) 2 (D) $1/3$ (E) $1/2$ 。
8. 地球半徑為 R ，小明在地表上之重量為 W ；小明坐飛機升至距地表 $0.5R$ 的高空中，此時的重量為？
(A) $\frac{1}{2}W$ (B) W (C) $\frac{1}{4}W$ (D) $\frac{2}{4}W$ (E) $\frac{4}{9}W$ 。
9. 如右圖，在邊長為 d 的正三角形頂點分別放置質點，其質量分別為 M 、 M 及 $2M$ 。在三角形重心的重力場強度大小為
(A) $\frac{3GM}{d^2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}GM}{d^2}$ (C) $\frac{GM}{d^2}$ (D) $\frac{GM}{\sqrt{3}d^2}$ (E) $\frac{GM}{3d^2}$ 。



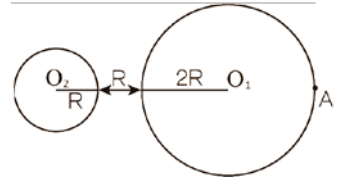
- ____ 10. 火星的質量與地球的質量比 $\frac{M_{\text{火}}}{M_{\text{地}}} = p$ ，火星的半徑與地球的半徑 $\frac{R_{\text{火}}}{R_{\text{地}}} = q$ ，則兩表面處的重力加速度比為何？火星／地球 =
 (A) $\frac{p}{q^2}$ (B) $\frac{p^2}{q}$ (C) $\frac{p}{q}$ (D) pq (E) pq^2 。
- ____ 11. 某星球質量為地球的兩倍，而其半徑為地球的二分之一，則人的重量在該星球表面約為在地球表面的多少倍？
 (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{8}$ (C) $\frac{1}{16}$ (D) 8 (E) 16。
- ____ 12. 設地球為均勻球體，若半徑減半而密度加倍，則地球上物體的重量變為原來的多少倍？
 (A) 4 (B) 2 (C) 1 (D) $\frac{1}{2}$ (E) $\frac{1}{4}$ 。
- ____ 13. 地球半徑 R ，婷婷在距地面高 $\frac{1}{4}R$ 處之重量為在地表時重量的若干倍？
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{16}$ (D) $\frac{25}{16}$ (E) $\frac{16}{25}$ 。
- ____ 14. 地球半徑為 R ，萱萱在地表上之重 W ；萱萱坐飛機升至距地表 $R/3$ 的高空中，此時的重量將會減輕若干 W ？
 (A) $\frac{5}{9}W$ (B) $\frac{7}{9}W$ (C) $\frac{5}{16}W$ (D) $\frac{7}{16}W$ (E) $\frac{9}{16}W$ 。
- ____ 15. 如右圖，A、B 兩木塊上下疊在一起，若 A 的質量是 B 的兩倍，則當一起鉛直向上拋出時，若不計空氣阻力，且 A 與 B 一直都維持接觸，則：
 (A) A、B 間沒有接觸力 (B) B 受到兩個力作用，即 A 向下的正向力及其本身的重力 (C) 當其上升時 B 向上推 A，下降時 A、B 間沒有接觸力 (D) 當其上升時 B 向上推 A，下降時則 A 向下推 B (E) 當其上升時 A、B 間沒有接觸力，下降時則 A 向下推 B。
- 
- ____ 16. 重量為 m 之衛星繞一行星運轉，軌道半徑為 R ，週期為 T ，此行星之半徑為 $R/10$ ，則該行星之表面重力強度為若干？
 (A) $\frac{20\pi^2 R}{T^2}$ (B) $\frac{40\pi^2 R}{T^2}$ (C) $\frac{100\pi^2 R}{T^2}$ (D) $\frac{200\pi^2 R}{T^2}$ (E) $\frac{400\pi^2 R}{T^2}$ 。
- ____ 17. 土星與地球質量比約為 100：1，半徑此約為 10：1，軌道半徑比約為 10：1，則土星上一年約相當地球上的
 (A) 一年 (B) 十年 (C) 三十年 (D) 五十年 (E) 一百年。
- ____ 18. 承上題，若太空人在地球上重量約為 70kg，則在土星上的重量約為若干？
 (A) 35kgw (B) 50kgw (C) 70kgw (D) 100kgw (E) 140kgw。

___19.某星球的質量為地球質量的 32 倍，密度則為 4 倍時，在該星球表面上之重力加速度量值為地球的若干倍？

- (A)8 倍 (B)16 倍 (C)64 倍 (D)4 倍 (E)2 倍。

___20.兩星球密度相同，半徑分別為 $2R$ 與 R ，某時刻運行分布如右圖，小星球的質量為 M ，則圖中 $2R$ 星球上的 A 點處，其重力加速度為何？

- (A) $\frac{57GM}{36R^2}$ (B) $\frac{59GM}{36R^2}$ (C) $\frac{61GM}{36R^2}$
 (D) $\frac{71GM}{36R^2}$ (E) $\frac{73GM}{36R^2}$ 。



___21.地球表面的重力加速度為 g ，地球半徑為 R ，萬有引力常數為 G ，且球體體積為 $\frac{4}{3}\pi R^3$ ，則地球的平均密度為何？

- (A) $\frac{4g}{3GR}$ (B) $\frac{4\pi g}{3GR}$ (C) $\frac{3g}{4\pi GR}$ (D) $\frac{3\pi g}{4GR}$ (E) $\frac{3g}{4GR}$

___22.假設一星球為密度均勻之球體，如一質點在此星球表面的重量為 w ，則此質點在此星球球心位置的重量為若干？

- (A)0 (B)0.5W (C)W (D)2W (E)無窮大。

___23.已知地球半徑為 R ，則在地球內部距地心 $R/2$ 處的重力場強度，為距地表 $R/2$ 處的高空重力場強度之多少倍？

- (A)1 倍 (B)3/4 倍 (C)9/4 倍 (D)3/8 倍 (E)9/8 倍。

___24.假設地球的半徑為 R ，平均密度為 ρ ，已知地表的 gravity 場強度為 g ，且球體體積的關係式為 $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ ，則萬有引力常數 G 為若干？

- (A) $\frac{g}{4\pi\rho R}$ (B) $\frac{g}{2\pi\rho R}$ (C) $\frac{3g}{4\pi\rho R}$ (D) $\frac{3g}{2\pi\rho R}$ (E) $\frac{3g}{8\pi\rho R}$ 。

4-2_重力場_標準答案：

類題：

1.D 2.E 3.D 4.E 5.A 6.C 7.B 8.E 9.E 10.D
 11.C 12.D 13.C 14.C 15.C

一、單一選擇題：

1.B 2.C 3.B 4.A 5.B 6.D 7.A 8.E 9.A 10.A
 11.D 12.C 13.E 14.D 15.A 16.E 17.C 18.C 19.A 20.E
 21.C 22.A 23.E 24.C