

重點內容

3-3 等速率圓周運動



(一)等速率圓周運動：

A、定義：

- (1)質點以固定的旋轉半徑，環繞圓心旋轉，稱為圓周運動。
- (2)質點進行圓周運動，若任何時候旋轉的速率皆為定值，則稱此質點進行等速率圓周運動。
- (3)圓周運動的過程，在任何位置的瞬時速度方向隨時改變，加速度的方向亦隨時改變，因此等速率圓周運動為變速度運動，亦為變加速度運動。

B、重要名詞：

 (1)週期(代號： T)：

甲、定義：質點旋轉一周所需的時間，稱為週期。

乙、單位：秒(sec)

 (2)角位移(代號： $\Delta\theta$)：

甲、定義：質點旋轉時環繞的圓心角，稱為角位移。

乙、單位：rad

 (3)角速度(代號： ω)：

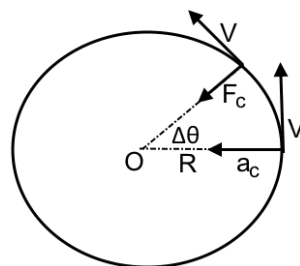
甲、定義：質點每單位時間環繞的角位移，稱為角速度。

乙、單位：rad/s

註：rpm (revolution per minute)：每分鐘旋轉的圈數，稱為 rpm，即為轉/分。

rps (revolution per second)：每秒鐘旋轉的圈數，稱為 rps，即為轉/秒。

丙、關係式：
$$rpm \xrightarrow[\times 60]{\div 60} rps \xrightarrow[\div 2\pi]{\times 2\pi} \omega(\text{rad/s})$$


 (4)切線速度(代號： v)：

甲、定義：

(a)質點每單位時間的位移，稱為速度。

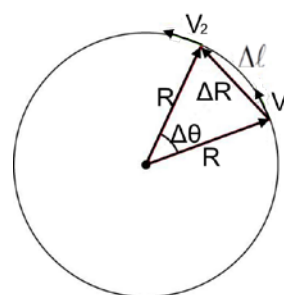
(b)速度必沿著質點運動的切線方向，因此稱為切線速度。

(c)質點在極短時間內的速度，稱為瞬時速度，而瞬時速度的量值即為瞬時速率。

乙、代號： v

丙、單位： m/s

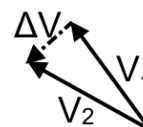
丁、關係式：
$$v = \frac{2\pi R}{T} = \omega R$$


 (5)向心加速度(代號： a_c)：

甲、定義：質點作圓周運動時，垂直於運動方向的加速度，稱為向心加速度。

乙、單位： m/s^2

丙、關係式：
$$a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \omega^2 R = \frac{v^2}{R}$$



(6)向心力(代號： F_c)：

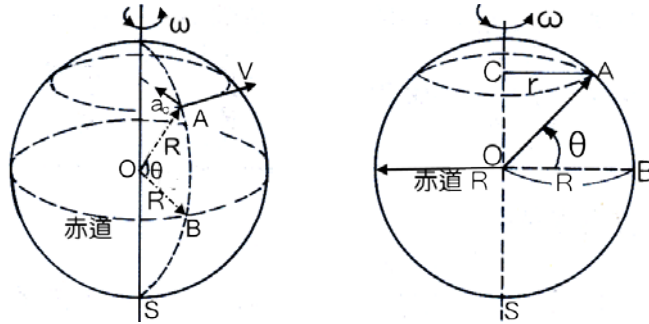
甲、定義：質點作圓周運動時，垂直於運動方向的作用力，稱為向心力。

乙、單位：N

丁、關係式： $F_c = ma = m \times \frac{4\pi^2 R}{T^2} = m \times \omega^2 R = m \times \frac{v^2}{R}$



(二)地表上的運動



A、質點在赤道上的運動：

地球半徑 $R = 6400$ 公里 $= 6.4 \times 10^6$ 公尺

地球自轉的週期 $= 1$ 天 $= 86400$ 秒

(1)切線速度(v)：

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \times 3.14 \times (6.4 \times 10^6)}{86400 \text{ 秒}} = 465 \text{ m/s}$$

(2)角速度(ω)：

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{86400} = 7.3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

(3)向心加速度(a_c)：

$$a_c = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{4 \times 3.14^2 \times (6.4 \times 10^6)}{(86400)^2} = 0.034 \text{ rad/s}$$

B、質點在緯度 θ 處的運動：

緯度 θ 處的旋轉半徑 $= R \cos \theta$

緯度 θ 處的轉動週期 $T = 1$ 天 $= 86400$ 秒

(1)切線速度(v_s)：

$$v_\theta = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi R \cos \theta}{T} = \omega R \cos \theta$$

(2)角速度(ω)：

地球上各處的角速度皆相同，和緯度無關。

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \times 3.14}{86400} = 7.3 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$$

(3)向心加速度(a_c)：

$$a = \frac{4\pi^2 R \cos \theta}{T^2} = \omega^2 R \cos \theta = \frac{v^2}{R \cos \theta}$$

範例 1

質點做圓周運動，若向心加速度為 40 m/s^2 ，且旋轉半徑為 20 m ，則：

- (1) 質點旋轉的角速度為 _____ rad/s 。
- (2) 質點的瞬時速率為 _____ m/s 。
- (3) 質點的旋轉週期為 _____ 秒。

【答案】：(1) $\sqrt{2}$ (2) $20\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{2} \pi$

範例 2

質點做等速率圓周運動，若第 2 秒瞬時速率為 3 m/s ，且角速度為 0.5 rad/s ，則：

- (1) 質點的週期為 _____ 秒。
- (2) 質點的旋轉半徑為 _____ m 。
- (3) 第 2 秒的向心加速度為 _____ m/s^2 。
- (4) 2 秒內轉動的角度為 _____ rad 。

【答案】：(1) 4π (2) 6 (3) 1.5 (4) 1

範例 3

汽車輪胎與地面的摩擦約可提供汽車向心加速度 10 m/s^2 ，則時速 72 公里/小時的汽車，轉彎半徑最小約為 _____ 公尺。

【答案】：40

範例 4

在北緯 60 度的地面上，物體的

- (1) 角速度為 _____。
- (2) 切線速度為 _____。
- (3) 向心加速度為 _____。

【答案】：(1) 7.3×10^{-5} (2) 234 m/s (3) 0.017 m/s^2

範例 5

一物體做等速率圓周運動，若軌道半徑 R ，向心加速度為 a ，則：

- (1)物體的旋轉週期_____。
- (2)物體的切線速率為_____。
- (3)物體的角速率為_____。
- (4)物體的切線加速度值_____。

【答案】：(1) $2\pi\sqrt{\frac{R}{a}}$ (2) \sqrt{aR} (3) $\sqrt{\frac{a}{R}}$ (4)0

範例 6

一質點做等速率圓周運動，若瞬時速度為 40m/s ，且旋轉半徑為 10m ，則：

- (1)此質點的向心加速度為_____ m/s^2 。
- (2)此質點的旋轉週期為_____ 秒。

【答案】：(1)160 (2) $\frac{\pi}{2}$

範例 7

有甲、乙兩物在水平面上，分別作等速圓周運動，半徑比甲：乙 = 2：1，角速度比甲：乙 = 3：1，則下列比(甲：乙)何者正確？

- (A)速率比 = 6：1 (B)週期比 = 2：1 (C)向心加速度比 = 18：1
 (D)速率比 = 3：1 (E)週期比 = 1：2。

【答案】：AC

範例 8

兩溜冰者分別沿半徑比為 1：2 之兩圓周作等速圓周運動，兩人運動週期相同，則：

- (1)兩者的角速度比為何？
 (A)1：1 (B)1：2 (C)2：1 (D)1：4 (E)4：1。
- (2)兩者的切線速度比為何？
 (A)1：1 (B)1：2 (C)2：1 (D)1：4 (E)4：1。
- (3)兩者的向心加速度比為何？
 (A)1：1 (B)1：2 (C)2：1 (D)1：4 (E)4：1。

【答案】：(1)A (2)B (3)B

類1.兒童樂園裡的旋轉木馬，木馬繞行的圓周長度為 ℓ ，所需時間為 T ，則木馬旋轉時的向心加速度量值為若干？

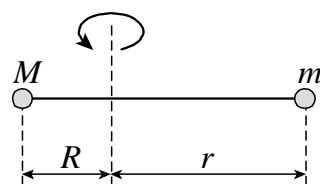
- (A) $\frac{\ell}{T^2}$ (B) $\frac{\pi\ell}{T^2}$ (C) $\frac{2\pi\ell}{T^2}$ (D) $\frac{\pi\ell}{2T^2}$ (E) $\frac{\pi\ell}{4T^2}$ 。

類2.唱盤上之唱片以 60 轉／分順時針轉動，試求唱片上距軸 10 公分處的瞬時速率為

- (A) 2π (B) 20π (C) 6 (D) 6π (E) 600 公分／秒。

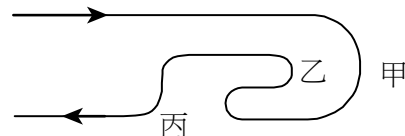
類3.在轉動的細桿兩端，各有一顆小球，其質量為 M 與 m ，迴轉半徑為 R 與 r ，則圖中左、右兩球的向心力量值之比為何？

- (A) $R : r$ (B) $r : R$ (C) $MR : mr$ (D) $mR : Mr$ (E) $MR^2 : mr^2$ 。



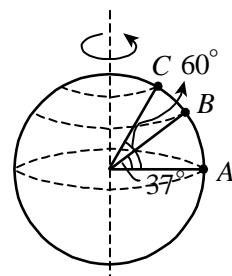
類4.如右圖，為遊樂場的賽車車道俯視圖。若乘客以等速率通過半徑 $3R_0$ 、 R_0 及 $2R_0$ 的甲、乙、丙三個彎道，則乘客轉彎時所受向心力依序為

- (A) 甲 > 丙 > 乙 (B) 乙 > 丙 > 甲 (C) 丙 > 甲 > 乙
(D) 乙 > 甲 > 丙 (E) 甲 = 乙 = 丙。



類5.若地球是正圓球形，則赤道上之 A 點、北緯 37° 之 B 點、北緯 60° 之 C 點(如右圖)，三點之向心加速度大小之比為

- (A) $1 : 1 : 1$ (B) $5 : 4 : 3$ (C) $10 : 6 : 5$
(D) $10 : 8 : 5$ (E) $100 : 36 : 25$ 。



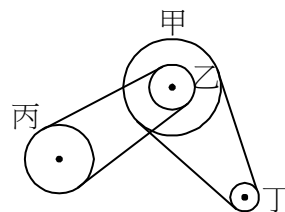
類6.假設半徑 5 cm 光碟片以每分鐘 6000 轉轉動，則光碟片外緣轉動時的速率為多少 m/s ？

- (A) 5π (B) 10π (C) 15π (D) 20π (E) 25π 。

類7.圓盤在水平面作半徑 3 m 的等速圓周運動，經 2 秒鐘圓盤運動方向改變 60° ，則圓盤的加速度量值為若干？

- (A) $\frac{\pi^2}{12} m/s^2$ (B) $\frac{\pi^2}{24} m/s^2$ (C) $\frac{\pi^2}{48} m/s^2$ (D) $\frac{\pi^2}{96} m/s^2$ 。

- 類8.如右圖的飛輪傳動系統，各輪的轉軸均固定且互相平行。甲、乙同軸且無相對轉動，甲、乙、丙、丁四輪的半徑比為 $6:2:3:1$ ，若傳動帶在各輪轉動中不打滑，則甲、丁的角速度大小比是
 (A) $1:6$ (B) $1:5$ (C) $1:4$ (D) $1:3$ (E) $1:2$ 。

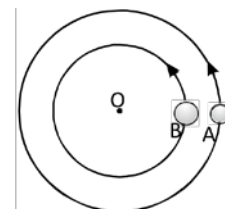


- 類9.霖霖與婷婷在圓形的操場上跑步，霖霖在內側跑道而婷婷在外側跑道。已知兩人始終能並肩聊天，則下列敘述何者正確？
 (A) 兩人速率相等 (B) 兩人的加速度相等 (C) 兩人的向心力相等
 (D) 兩人的動量相等 (E) 兩人的角速度相等。

- 類10.質量 m 的質點作半徑 R 的等速圓周運動，若其向心力為 F ，則其動量的量值為

(A) \sqrt{FmR} (B) $\frac{1}{2}\sqrt{FmR}$ (C) $\sqrt{\frac{FmR}{2}}$ (D) $\sqrt{3FmR}$ (E) $\frac{1}{2}\sqrt{3FmR}$ 。

- 類11.A、B 兩球在光滑平面上繞 O 點作等速率圓周運動，如右圖。A、B 質量比為 $1:2$ ，半徑比為 $3:2$ ，週期比為 $1:4$ ，則 A、B 兩球所受向心力量值比為
 (A) $3:2$ (B) $8:1$ (C) $1:8$ (D) $12:1$ (E) $1:12$ 。



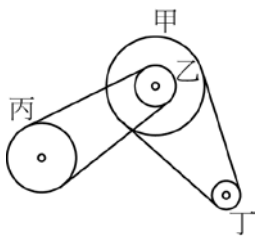
- 類12.一人騎摩托車以 10 公尺/秒的速度向十字路口行進(已知人與摩托車總重 2400 牛頓)，路口有圓環車道，其繞轉半徑為 25 公尺，當他進入圓環車道後，車身傾斜一角度並保持原速繞環而行，請問車輪與路面摩擦係數最小須為多少，摩托車才能安全通過此圓環車道？
 (A) 4 (B) 2.5 (C) 1.5 (D) 0.4 (E) 0.2 。($g=10$ 公尺/秒²)

- 類13.兩溜冰者分別沿半徑比 $1:2$ 之圓周作等速率圓周運動，兩人運動週期相同，則(應選兩項)
 (A) 頻率比為 $1:2$ (B) 角速度比為 $1:2$ (C) 切線速度比為 $1:2$
 (D) 法線加速度比為 $1:2$ (E) 切線加速度的比為 $1:2$ 。

綜合練習

3-3 等速率圓周運動

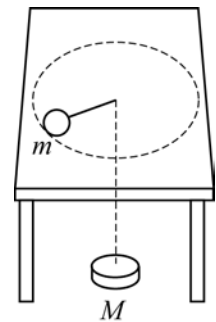
一、單一選擇題：

1. 凱凱騎著機車在路上飆車，經過一個曲率半徑 25 公尺的彎道，若他的機車時速 90 公里／時，他需要多大的向心加速度才能順利轉彎？
(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30 公尺／秒²。
2. 如右圖的飛輪傳動系統，各輪的轉軸均固定且互相平行。甲、乙同軸且無相對轉動，甲、乙、丙、丁四輪的半徑比為 6 : 2 : 3 : 1，若傳動帶在各輪轉動中不打滑，則關於各輪間的速率與角速度之關係何者**錯誤**？
(A) 甲、乙有相同大小的角速度 (B) 乙、丙有相同大小的速率 (C) 甲、丁有相同大小的速率 (D) 若甲速率為 6 m/s，則丙速率為 3 m/s (E) 若甲速率為 6 m/s，則丁速率為 6 m/s。
- 
3. 將 2 kg 物體以 10 rad/s 的角速度旋轉，旋轉半徑為 2 m，則物體所受向心力為多少 N？
(A) 50 (B) 100 (C) 200 (D) 400 (E) 800 N。
4. 有 A、B 兩小球，在光滑水平面上繞 O 點作等速圓周運動。A、B 兩小球質量比為 1 : 2，半徑比為 3 : 2，週期比為 1 : 4，則 A、B 兩小球所受向心力量值的比為
(A) 3 : 2 (B) 8 : 1 (C) 1 : 8 (D) 12 : 1 (E) 1 : 12。
5. 質量 60 公斤的某人騎一質量 140 公斤的機車欲轉過半徑為 $R = 120$ 公尺的彎道，該彎道為水平地面，已知機車與地面間的靜摩擦係數為 $\frac{3}{4}$ ，則該機車安全過彎的最大速率為若干公尺／秒？(重力加速度 $g = 10$ 公尺／秒²)
(A) 30 (B) 40 (C) 50 (D) 60 (E) 70 公尺／秒。
6. 某物體作等速圓周運動，若軌道半徑為 R ，向心加速度為 a ，則其軌道切線速率為？
(A) \sqrt{aR} (B) $\frac{a^2}{R}$ (C) $\frac{R^2}{a}$ (D) $\sqrt{aR^2}$ (E) aR 。
7. 一細線長 50 公分，一端繫 200 公克的小錘，另一端固定於光滑水平桌面上作為圓心。今以 5 轉／秒的頻率，在該水平桌面上使細線及小錘轉動時，細線恰斷裂。若以此細線鉛直吊一物，則最大約可吊多少質量？($g = 10$ 公尺／秒²)
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10 公斤。

___ 8. 一物體以速率 20 m/s 在半徑 2 公尺的軌道作圓周運動，則物體角速度為多少 rad/s ?
 (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 40 rad/s 。

___ 9. 質量 2 kg 的物體以 10 rad/s 的角速度旋轉，旋轉半徑為 2 m ，則物體所受的向心力為多少牛頓？
 (A) 50 (B) 100 (C) 200 (D) 400 (E) 800 牛頓。

【題組】如右圖，水平桌面上有一小孔 O ，一條細繩穿過此孔，兩端分別與質量 m 、 M 的兩物體連接，其中 m 在桌面上以半徑 r 等速圓周運動，而 M 則靜止懸掛。忽略所有阻力與細繩質量，則 m 作圓周運動時：



___ 10. 向心加速度大小為
 (A) g (B) $\frac{M}{m}g$ (C) $\frac{m}{M}g$ (D) $\frac{m}{M+m}g$ (E) $\frac{M}{M+m}g$ 。

___ 11. 角速度大小為
 (A) $\sqrt{\frac{Mg}{mr}}$ (B) $\sqrt{\frac{mg}{Mr}}$ (C) $\sqrt{\frac{mr}{Mg}}$ (D) $\sqrt{\frac{Mr}{mg}}$ (E) $\frac{Mg}{mr}$ 。

___ 12. 切線速率為
 (A) $\sqrt{\frac{mgr}{M}}$ (B) $\sqrt{\frac{mr}{Mg}}$ (C) $\frac{Mgr}{m}$ (D) $\frac{mgr}{M}$ (E) $\sqrt{\frac{Mgr}{m}}$ 。

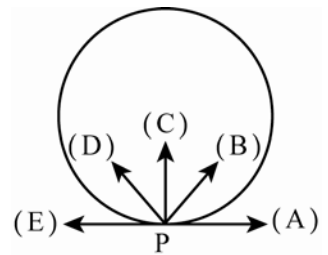
___ 13. 週期大小為
 (A) $2\pi\sqrt{\frac{Mr}{mg}}$ (B) $\sqrt{\frac{Mr}{mg}}$ (C) $\sqrt{\frac{mr}{Mg}}$ (D) $2\pi\sqrt{\frac{mr}{Mg}}$ (E) $2\pi\sqrt{\frac{Mgr}{m}}$ 。

___ 14. 唱盤上之唱片以 60 轉/分順時針轉動，試求唱片上距軸 10 公分處的瞬時速率為
 (A) 2π 公分/秒 (B) 20π 公分/秒 (C) 6 公分/秒
 (D) 6π 公分/秒 (E) 600 公分/秒。

___ 15. 有一條最大耐重 64 牛頓、長度 8 公尺的繩子，在光滑水平面上一端固定，一端繫質量 2 公斤的球作等速圓周運動，當球的速率達何值時，繩子將會斷裂？
 (A) 8 公尺/秒 (B) 12 公尺/秒 (C) 16 公尺/秒 (D) 20 公尺/秒 (E) 24 公尺/秒。

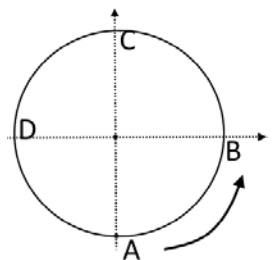
- ___ 16.一質點做等速率圓周運動，若瞬時速度為 10m/s ，且旋轉半徑為 4m ，則此質點的向心加速度為若干 m/s^2 ？
 (A)20 (B)25 (C)40 (D)50 (E)60 m/s^2 。

- ___ 17.一質點作順時針方向的圓周運動如右圖，若速率愈來愈慢，則在 P 點加速度的方向為何？



- ___ 18.假設半徑 5cm 圓盤以每分鐘 7200 轉轉動，則圓盤邊緣轉動時速率為多少 m/s ？
 (A) 8π (B) 10π (C) 12π (D) 15π (E) 20π 。

- ___ 19.如右圖，質點繞著圓心作逆時針旋轉的圓周運動，若質點轉動的過程中愈轉愈慢，則下列何者正確？
 (A)B 點的瞬時速度向 \leftarrow (B)C 點的切線加速度向 \rightarrow (C)D 點的法線加速度向 \downarrow (D)D 點的切線加速度和速度的方向相同 (E)A 點的加速度方向和速度方向始終保持垂直。



- ___ 20.關於等速率圓周運動之敘述，何者為**錯誤**？
 (A)必受力作用 (B)合力方向恆指向圓心 (C)切線方向的合力為零 (D)切線加速度為零 (E)法線加速度為零。

- ___ 21.物體以速率 20m/s 在半徑 2 公尺的軌道作等速率圓周運動，則物體的角速度為多少 rad/s ？
 (A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) 40。

- ___ 22.一個引擎運轉時的轉速為 4500rpm ，則相當於多少 rad/s ？
 (A) 20π (B) 50π (C) 90π (D) 120π (E) 150π 。

3-3_等速率圓周運動_標準答案：

類題：

1.C 2.B 3.C 4.D 5.A 6.A 7.E 8.B 9.D 10.B
 11.A 12.E 13.D 14.B 15.C

一、單一選擇題：

1.D 2.D 3.D 4.A 5.D 6.A 7.B 8.A 9.E 10.D
 11.B 12.B 13.B 14.C 15.B 16.B 17.B 18.C 19.B 20.E 21.B 22.E